

RIFLETTORI: Sistemi a Doppio Riflettore

L'antenna a riflettore parabolico, alimentata da un feed elementare posto nel suo fuoco, non permette di controllare adeguatamente la distribuzione di potenza sul piano di apertura dell'antenna; si è visto infatti che la configurazione standard di un riflettore presenta diverse inefficienze, quale ad esempio quella legata al fatto che il diagramma di irradiazione del feed (se il feed è un feed elementare) non può andare a zero ai bordi del riflettore (e quindi è necessario un compromesso fra l'efficienza di spill-over e l'efficienza di apertura), o quella legata al rumore termico, proveniente dalla superficie terrestre, ricevuto dal feed nella configurazione in cui il riflettore punta verso un satellite, che riduce la sensibilità del sistema.

L'introduzione di una seconda superficie riflettente (quale ad esempio un sub-riflettore ellittico, come già evidenziato nelle lezioni precedenti) permette un maggiore controllo sulla distribuzione di apertura, dato che si introduce un ulteriore grado di libertà nel sistema dovuto proprio alla seconda superficie riflettente.

RIFLETTORI: Sistemi a Doppio Riflettore

Questo ulteriore controllo sulla distribuzione del campo di apertura è ottenuto sagomando opportunamente sia il sub-riflettore che il riflettore principale in modo tale da variare la distribuzione di potenza (o di ampiezza) sul riflettore principale, senza però modificare la distribuzione di fase sull'apertura.

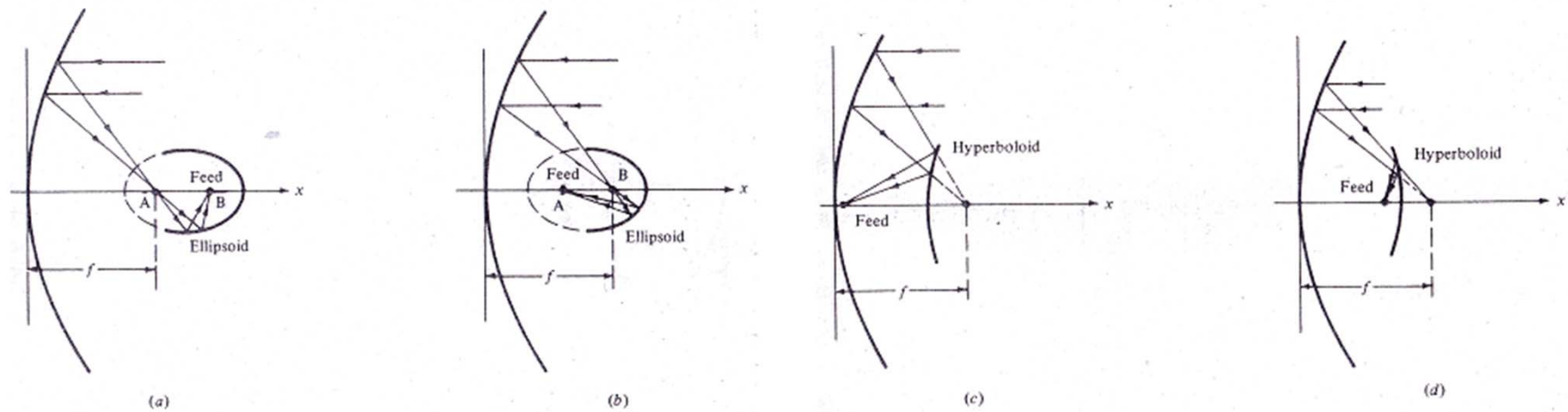
La necessità di introdurre nel sistema un sub-riflettore nasce quindi dall'esigenza di poter cambiare indipendentemente la distribuzione di potenza (o di ampiezza) e la distribuzione di fase sull'apertura, cosa che non è possibile utilizzando un singolo riflettore.

I subriflettori più utili sono quelli ottenuti dalla rotazione di una ellisse o di una iperbole attorno al proprio asse, per formare iperboloidi o ellissoidi: tali coniche hanno infatti due punti focali, ed in tal modo il feed del sistema complessivo può essere posizionato in uno dei due fuochi del sub-riflettore, mentre il secondo fuoco può essere fatto coincidere con il fuoco del riflettore parabolico principale.

RIFLETTORI: Sistemi a Doppio Riflettore

Questi tipici subriflettori (iperbolici ed ellittici) hanno l'effetto di cambiare la distanza focale effettiva del riflettore principale, e sebbene non permettano un grande controllo sulla distribuzione di apertura, essi rappresentano un utile punto di partenza per la progettazione di una antenna a doppio riflettore, che può essere ottimizzata mediante un processo di risagomatura abbastanza rapido.

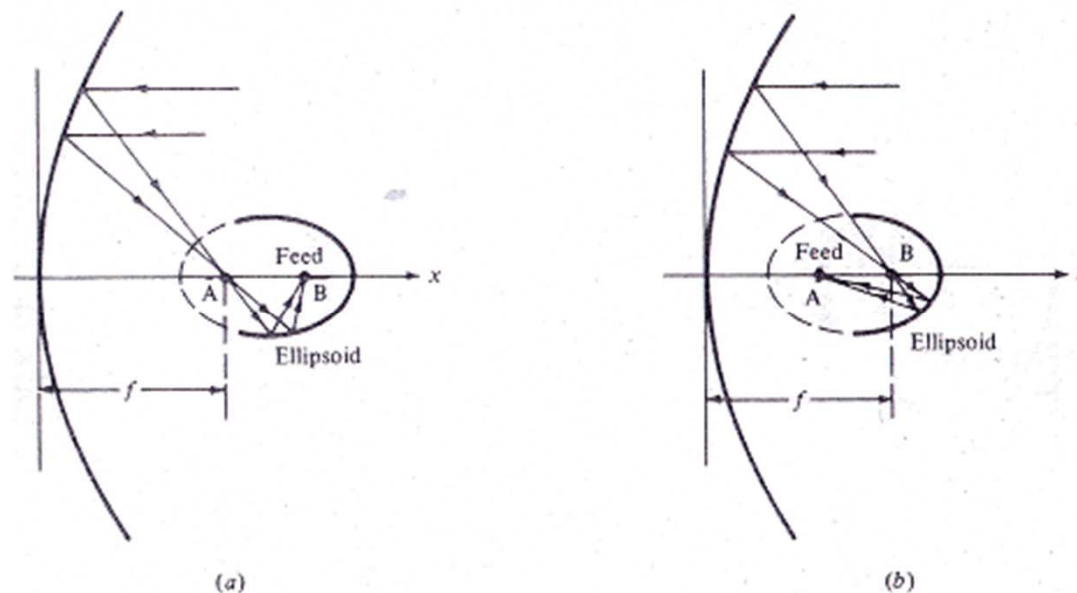
In figura sono riportati quattro possibili configurazioni di sistemi a doppio riflettore, nelle quali sono utilizzati sia subriflettori ellittici e sia subriflettori iperbolici in connessione con un riflettore principale parabolico.



*Figura 1: Sistemi di antenne a doppio riflettore
(a) e (b) sistemi gregoriani con subriflettori ellittici;
(c) e (d) sistemi cassegrain con subriflettori iperbolici.*

RIFLETTORI: Sistemi a Doppio Riflettore

La configurazione a doppio riflettore è detta Gregoriana quando i raggi paralleli incidenti sul riflettore parabolico vengono riflessi da questo, passano per il suo fuoco, vengono riflessi dal sub-riflettore e passano quindi per il secondo fuoco del sub-riflettore in cui è posto il feed del sistema. In tale configurazione è necessario utilizzare un sub-riflettore ellittico, come mostrato nelle figure 1.(a) e 1.(b), dato che i raggi incidenti devono attraversare entrambi i punti focali del sistema; uno dei fuochi dell'ellissoide deve inoltre coincidere con il fuoco della parabola.

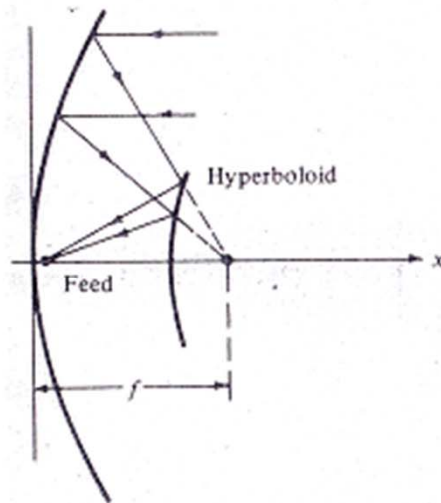


RIFLETTORI: Sistemi a Doppio Riflettore

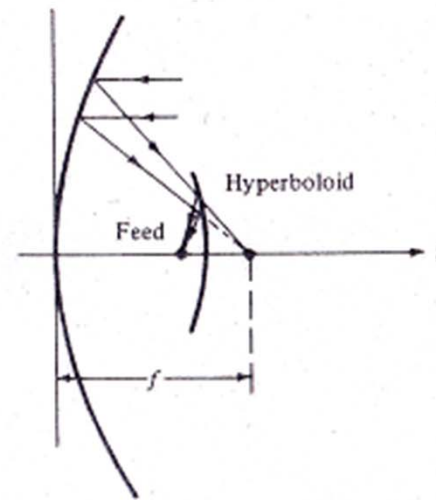
Nella configurazione a doppio riflettore detta Cassegrain, mostrata nelle figure 1.(c) e 1.(d), i raggi paralleli incidenti sul riflettore parabolico, riflessi da quest'ultimo, vengono riflessi dal sub-riflettore prima di passare per il suo fuoco (primo fuoco del sub-riflettore).

In tal caso il sub-riflettore focalizza i raggi sull'unico punto focale accessibile (il suo secondo fuoco) in cui è collocato il feed del sistema, mentre l'altro fuoco del sub-riflettore (il suo primo fuoco) coincide col fuoco del paraboloide.

In tale configurazione è necessario utilizzare un sub-riflettore iperbolico.



(c)



(d)

RIFLETTORI: Sistemi a Doppio Riflettore

L'effetto del sub-riflettore sulla distribuzione di potenza sull'apertura dell'antenna complessiva può essere facilmente ottenuto utilizzando l'ottica geometrica e sfruttando il principio di conservazione della potenza in ogni singolo tubo di flusso.

Per calcolare la relazione esistente fra la potenza irradiata dal feed e la potenza sul piano di apertura dell'antenna a doppio riflettore, procediamo in maniera analoga a quanto fatto per il singolo riflettore.

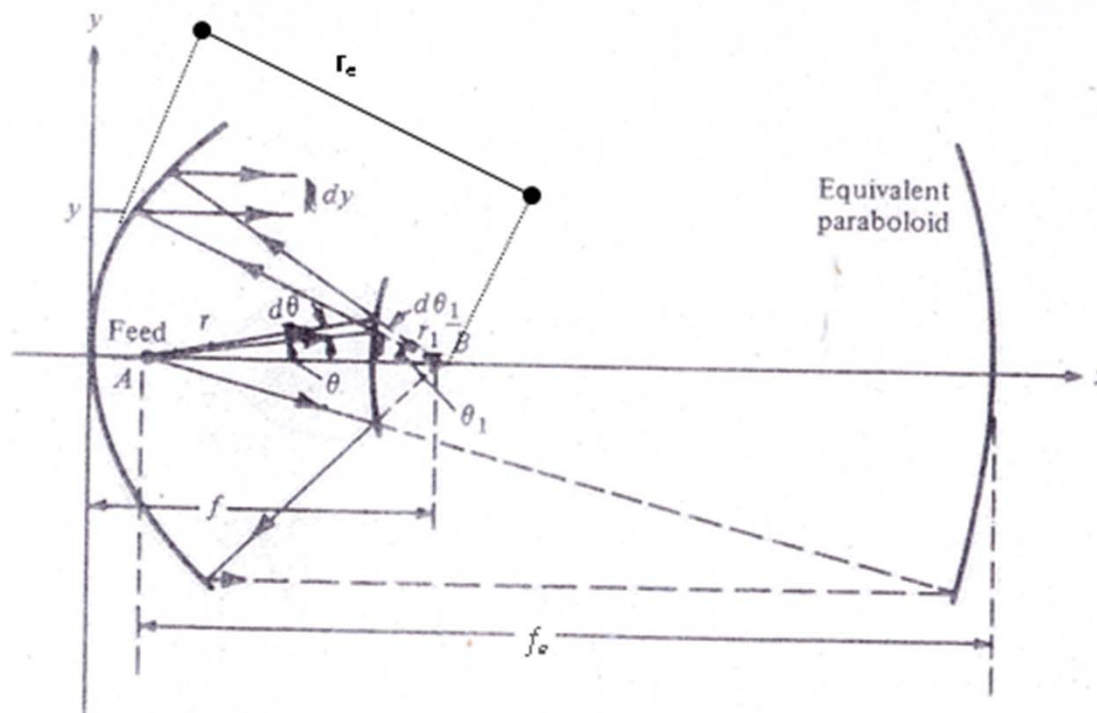


Figura 2: Sistema a doppio riflettore di tipo Cassegrain e suo paraboloide equivalente.

RIFLETTORI: Sistemi a Doppio Riflettore

Si consideri il sistema Cassegrain illustrato in Figura 2.

Il sistema considerato è alimentato da un feed con un pattern di irradiazione (o una funzione di guadagno) a simmetria circolare $g(\theta)$, e posto nel punto focale A dell'iperboloide.

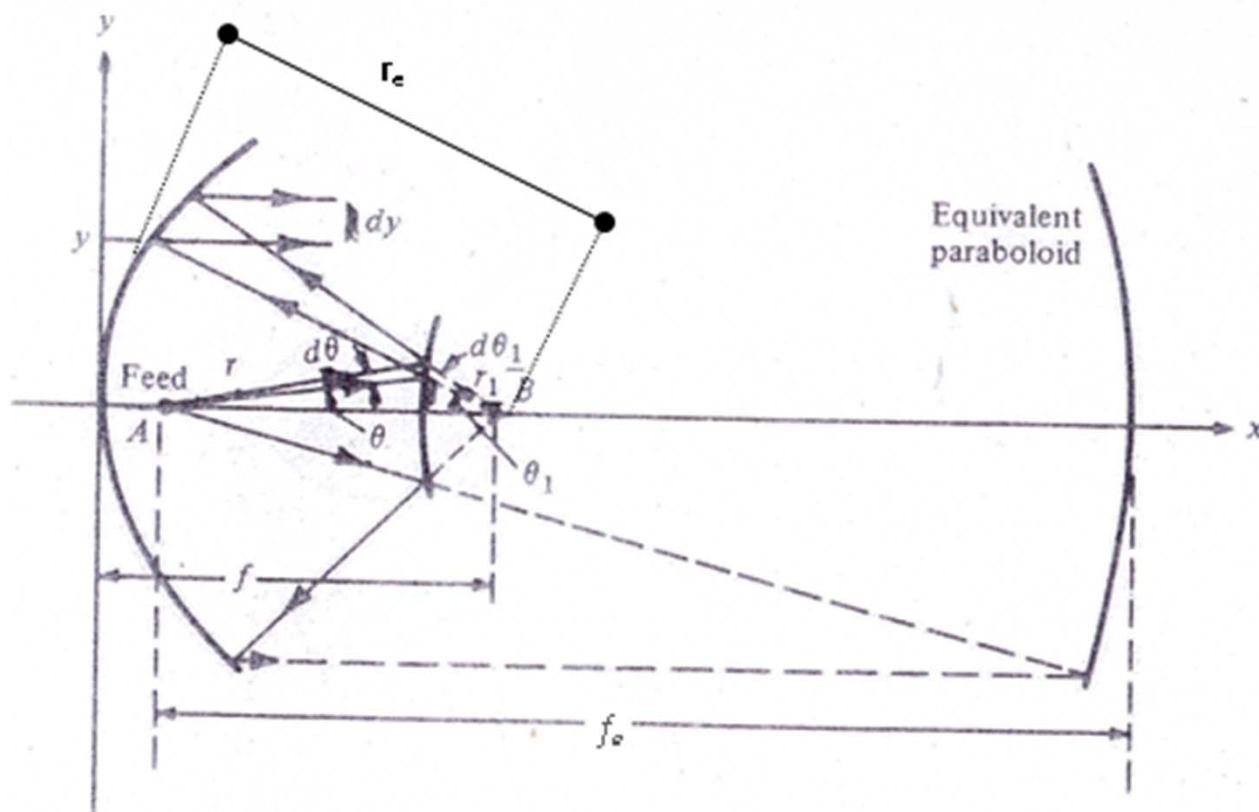


Figura 2: Sistema a doppio riflettore di tipo Cassegrain e suo paraboloide equivalente.

RIFLETTORI: Sistemi a Doppio Riflettore

La potenza in un tubo di flusso conico, compreso nell'angolo solido $\sin\theta \, d\theta \, d\varphi$, è pari a $g(\theta)\sin\theta \, d\theta \, d\varphi$.

Il tubo di flusso riflesso dall'iperboloide è costituito da raggi che sembrano provenire dal secondo punto focale B dell'iperboloide.

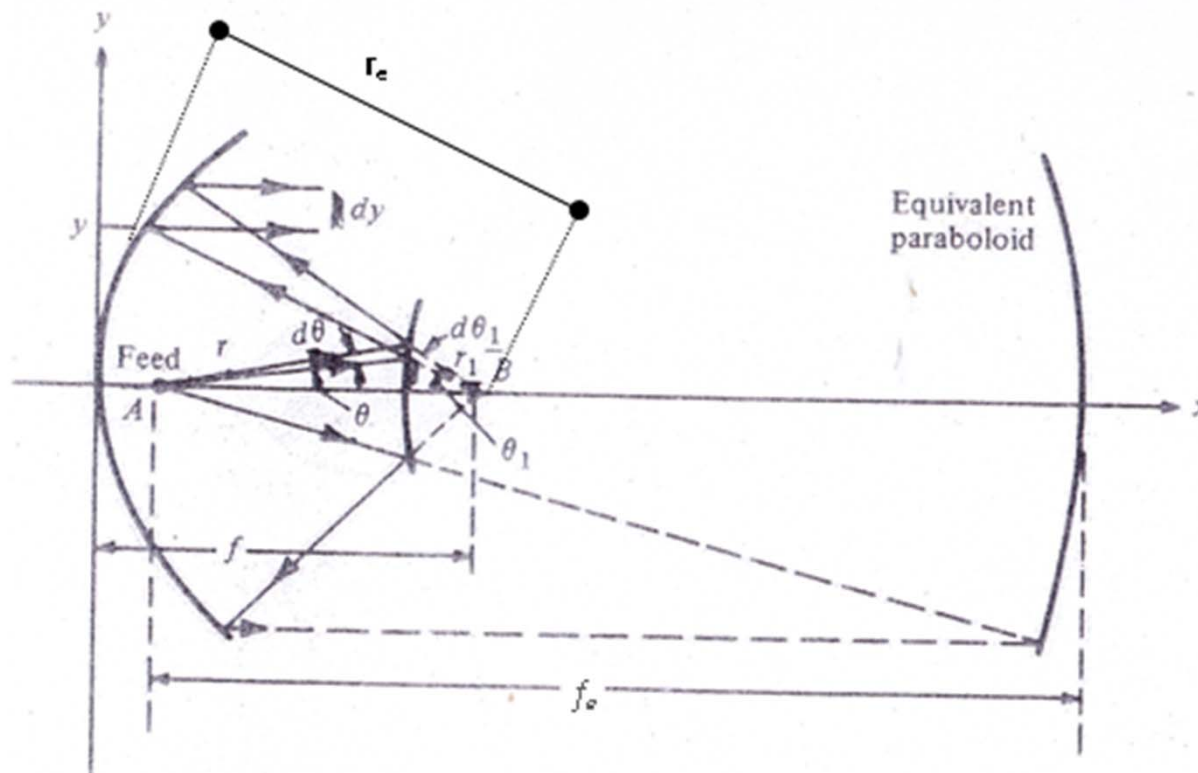


Figura 2: Sistema a doppio riflettore di tipo Cassegrain e suo paraboloide equivalente.

RIFLETTORI: Sistemi a Doppio Riflettore

Detta $g_e(\theta_1)$ la funzione di guadagno (o equivalentemente il pattern di irradiazione) per tali raggi riflessi, la conservazione della potenza richiede che valga la relazione:

$$g(\vartheta) \sin \vartheta d\vartheta d\varphi = g_e(\vartheta_1) \sin \vartheta_1 d\vartheta_1 d\varphi$$

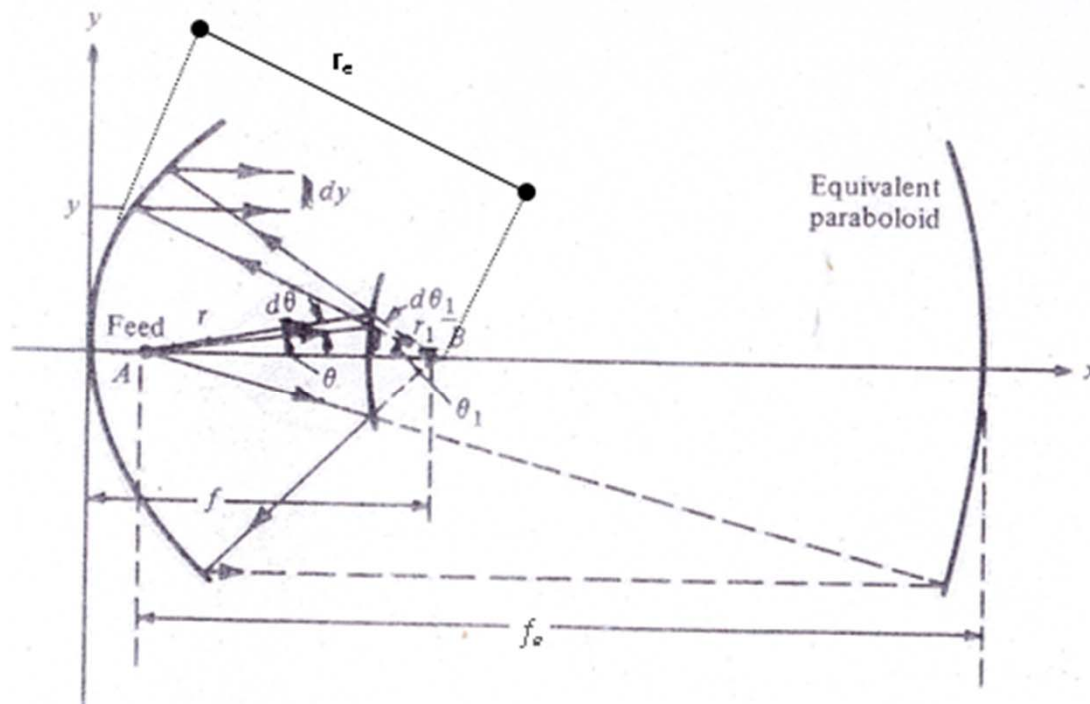


Figura 2: Sistema a doppio riflettore di tipo Cassegrain e suo paraboloide equivalente.

RIFLETTORI: Sistemi a Doppio Riflettore

Questa stessa potenza la ritroveremo (se supponiamo il paraboloide costituito da un conduttore perfetto) nel tubo di flusso cilindrico, di larghezza dy , che si forma dai raggi, riflessi dall'iperboloide, che giungono sul paraboloide e vengono da questo a loro volta riflessi.

Quindi, la densità di potenza sul piano di apertura dell'antenna complessiva deve soddisfare la relazione:

$$P(y)ydyd\varphi = g(\vartheta)\sin\vartheta d\vartheta d\varphi = g_e(\vartheta_1)\sin\vartheta_1 d\vartheta_1 d\varphi$$

Dalla precedente si ricava che:

$$g_e(\vartheta_1) = g(\vartheta) \frac{\sin\vartheta}{\sin\vartheta_1} \frac{d\vartheta}{d\vartheta_1}$$

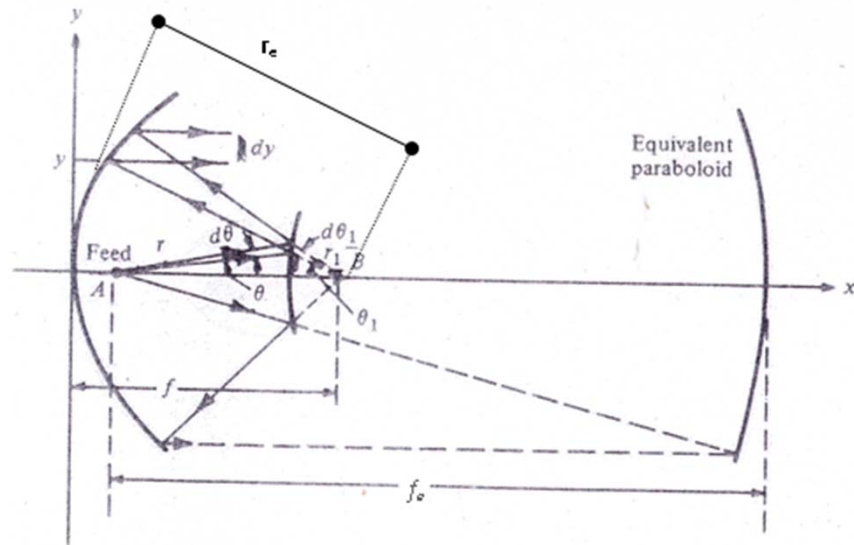


Figura 2: Sistema a doppio riflettore di tipo Cassegrain e suo paraboloide equivalente.

RIFLETTORI: Sistemi a Doppio Riflettore

Inoltre il legame fra la densità potenza contenuta nel tubo di flusso uscente dal fuoco B e la densità di potenza contenuta nel tubo di flusso cilindrico sul piano di apertura sarà lo stesso del caso di singolo paraboloide:

$$P(y) = \frac{1}{y} \frac{d\vartheta_1}{dy} g_e(\vartheta_1)$$

e sostituendo la relazione fra $g(\theta)$ e $g_e(\theta_1)$ si ha infine:

$$P(y) = \frac{1}{r_e} \frac{d\vartheta_1}{dy} g_e(\vartheta_1) = g(\vartheta) \frac{\sin \vartheta}{\sin \vartheta_1} \frac{d\vartheta}{d\vartheta_1} \frac{1}{r_e} \frac{d\vartheta_1}{dy} = g(\vartheta) \frac{\sin \vartheta}{\sin \vartheta_1} \frac{d\vartheta}{d\vartheta_1} \frac{(1 + \cos \vartheta_1)^2}{4f^2}$$

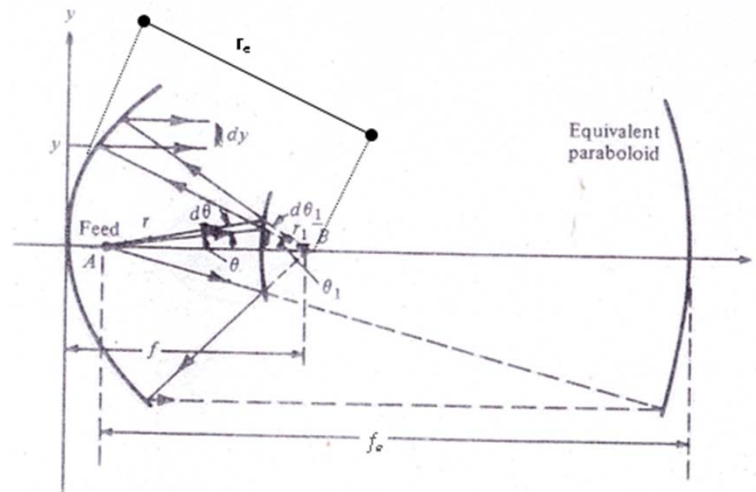


Figura 2: Sistema a doppio riflettore di tipo Cassegrain e suo paraboloide equivalente.

RIFLETTORI: Sistemi a Doppio Riflettore

Per valutare il rapporto $d\theta / d\theta_1$ si utilizza la proprietà dell'iperbole che lega i raggi r ed r_1 , $r-r_1=2a$: che riscritta in termini dei suoi parametri diventa:

$$\frac{a(e^2 - 1)}{e \cos \vartheta - 1} - \frac{a(e^2 - 1)}{e \cos \vartheta_1 + 1} = 2a$$

Differenziando la precedente equazione si ottiene:

$$\frac{\sin \vartheta d\vartheta}{(e \cos \vartheta - 1)^2} = \frac{\sin \vartheta_1 d\vartheta_1}{(e \cos \vartheta_1 + 1)^2}$$

La soluzione dell'equazione differenziale precedente è:

$$\cos \vartheta = \frac{(e^2 + 1)\cos \vartheta_1 + 2e}{e^2 + 1 + 2e \cos \vartheta_1}$$
$$\cos \vartheta_1 = \frac{-(e^2 + 1)\cos \vartheta + 2e}{2e \cos \vartheta - (e^2 + 1)}$$

RIFLETTORI: Sistemi a Doppio Riflettore

Sostituendo le relazioni precedenti nell'espressione della densità di potenza sul piano di apertura $P(y)$, si ottiene:

$$P(y) = g(\vartheta) \left(\frac{e^2 - 1}{2f} \right)^2 \left(\frac{1 + \cos \vartheta_1}{2e \cos \vartheta_1 + e^2 + 1} \right)^2 = g(\vartheta) \left(\frac{e - 1}{e + 1} \right)^2 \frac{(1 + \cos \vartheta)^2}{4f^2}$$

Quindi l'espressione è analoga a quella del singolo riflettore, sostituendo alla distanza focale di quest'ultimo la distanza focale equivalente data da:

$$f_e = \frac{e + 1}{e - 1} f$$

e tale distanza focale equivalente f_e può essere molto maggiore di f .

$$P(y) = g(\vartheta) \frac{(1 + \cos \vartheta)^2}{4f^2} \quad \longleftrightarrow \quad P(y) = g(\vartheta) \left(\frac{e - 1}{e + 1} \right)^2 \frac{(1 + \cos \vartheta)^2}{4f^2} = g(\vartheta) \frac{(1 + \cos \vartheta)^2}{4f_e^2}$$

*Densità di potenza sul piano di apertura
per singolo riflettore con distanza focale f*

*Densità di potenza sul piano di apertura
per doppio riflettore*

RIFLETTORI: Sistemi a Doppio Riflettore

Se ad esempio $e=3$, allora la distanza focale equivalente diventa $f_e=2f$, mentre per $e=2$ si ha $f_e=3f$.

Il paraboloide equivalente alla configurazione a doppio riflettore (ossia il paraboloide con distanza focale pari ad f_e) è mostrato in Figura 2.

Un riflettore parabolico con una maggiore distanza focale presenta un taper inferiore nella distribuzione di campo di apertura ed anche una migliore prestazione in termini di scansione del fascio (minori perdite di guadagno quando il feed si sposta sul piano focale per ottenere una scansione del fascio irradiato).

Questo è il maggiore vantaggio che porta ad utilizzare il sistema cassegrain in numerose applicazioni, dato che esso consente di ottenere le stesse prestazioni di una singola antenna a paraboloide con distanza focale f_e , con una antenna a doppio riflettore più complessa da realizzare, ma più compatta (con distanza focale f) e quindi di dimensioni sensibilmente ridotte.

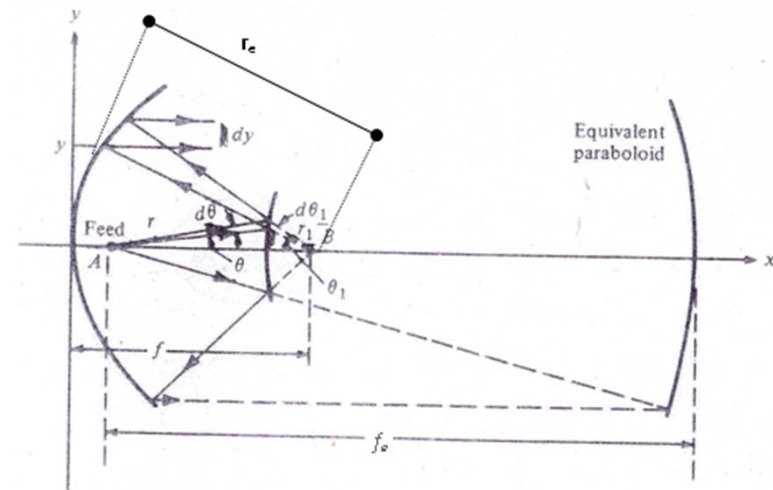


Figura 2: Sistema a doppio riflettore di tipo Cassegrain e suo paraboloide equivalente.

RIFLETTORI: Sistemi a Doppio Riflettore

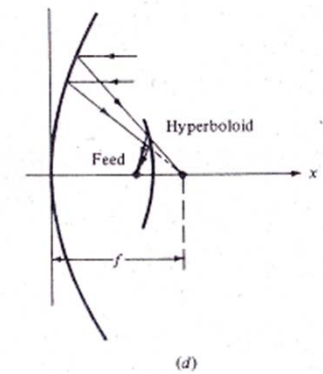
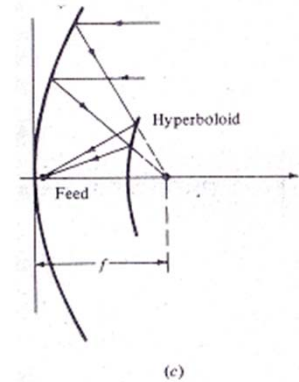
Nel caso si utilizzi un sub-riflettore iperbolico concavo, come in Figura 1.(d), considerazioni analoghe alle precedenti conducono per il campo di apertura alla relazione:

$$P(y) = g(\vartheta) \left(\frac{e+1}{e-1} \right)^2 \frac{(1 + \cos \vartheta)^2}{4f^2}$$

quindi in questo caso il paraboloide equivalente ha una distanza focale f_e pari a:

$$f_e = \frac{e-1}{e+1} f$$

che corrisponde a valori più piccoli di f .



Dato che in tal caso la distanza focale equivalente è ridotta, il taper del campo di apertura è aumentato rispetto al caso di singolo riflettore, ed è per questa ragione che le configurazioni con sub-riflettore concavo sono scarsamente utilizzate.

RIFLETTORI: Sistemi a Doppio Riflettore

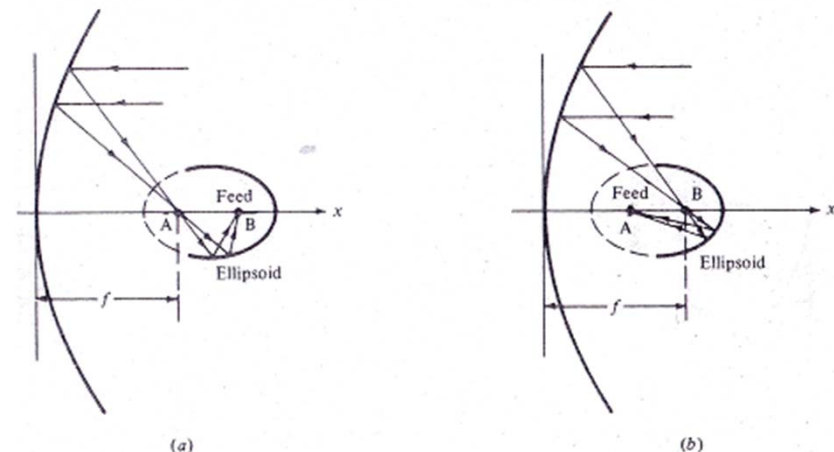
Per entrambe le configurazioni cassegrain (sia quella con subriflettore iperbolico concavo che quella con sub-riflettore iperbolico convesso) il valore del raggio y è dato da:

$$y = \frac{2f_e \sin \vartheta}{1 + \cos \vartheta} = \frac{2f \sin \vartheta_1}{1 + \cos \vartheta_1}$$

Per la configurazioni gregoriana (e quindi con sub-riflettore ellittico) come quella mostrata nella figura 1.(a), seguendo un procedimento del tutto analogo alla configurazione cassegrain, si ricava che tale configurazione a doppio riflettore è equivalente ad un singolo paraboloide con una distanza focale equivalente pari a:

$$f_e = \frac{1-e}{1+e} f$$

che, così come nel caso di cassegrain con iperboloidi concavo, corrisponde a valori più piccoli di f .

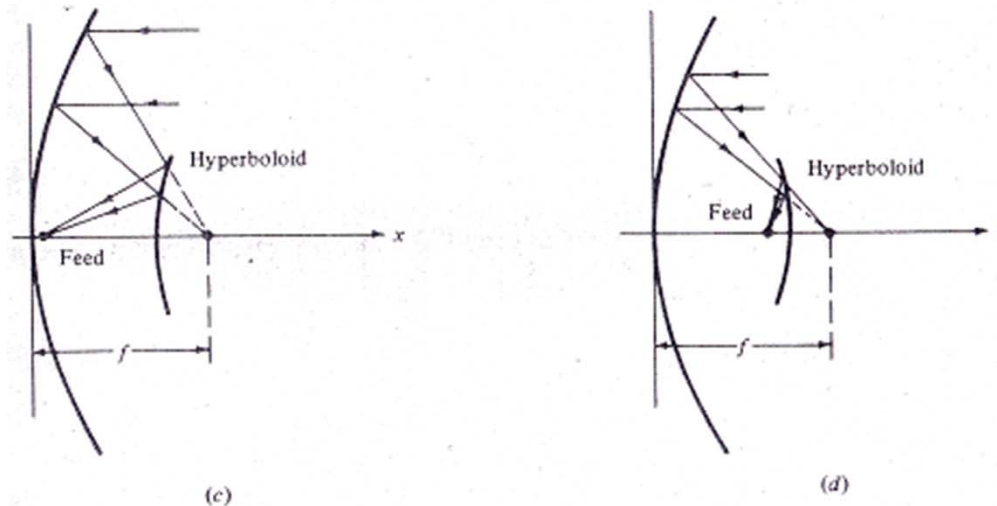


RIFLETTORI: Sistemi a Doppio Riflettore

Infine, per la configurazioni gregoriana come quella mostrata nella figura 1.(b) si ricava che tale configurazione a doppio riflettore è equivalente ad un singolo paraboloide con una distanza focale equivalente pari a:

$$f_e = \frac{1+e}{1-e} f$$

che, così come nel caso di cassegrain con iperboloide convesso, corrisponde a valori maggiori di f .

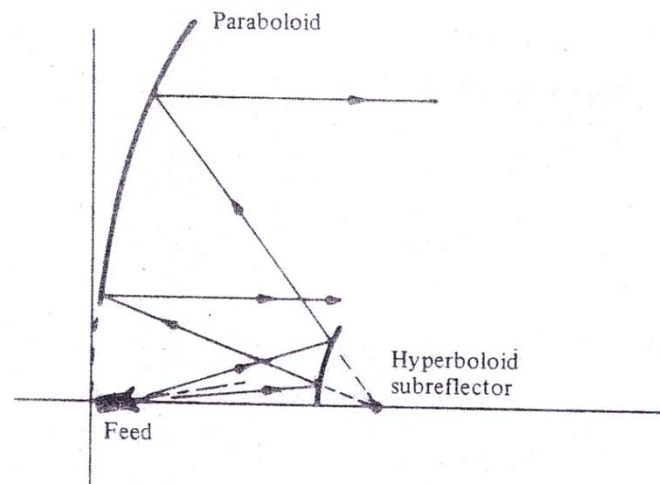


RIFLETTORI: Sistemi a Doppio Riflettore

Sistemi a doppio riflettore sagomati

I sistemi a doppio riflettore ellittico ed iperbolico possono essere costruiti in modo tale da evitare l'elevato bloccaggio dovuto al sub-riflettore.

Un tipico sistema a doppio riflettore con offset è mostrato in Figura 3.



Per tali configurazioni si renderebbe opportuna una modesta ri-sagomatura sia del sub-riflettore che del riflettore principale per ottenere una distribuzione più uniforme del campo di apertura, e quindi una efficienza più elevata.

RIFLETTORI: Sistemi a Doppio Riflettore

Sistemi a doppio riflettore sagomati

Negli ultimi anni sono stati compiuti notevoli progressi nello sviluppo di metodi di sintesi per sistemi sagomati a doppio riflettore, ed uno dei risultati più importanti afferma che la distribuzione di potenza sul piano di apertura può essere controllata quasi interamente dalla ri-sagomatura del solo sub-riflettore.

Il riflettore principale può comunque essere anche esso ulteriormente ri-sagomato, in modo da correggere solamente la distribuzione di fase senza modificare troppo l'ampiezza del campo di apertura.

La ragione di un tale comportamento è che una piccola modifica nella sagomatura di una porzione della superficie del sub-riflettore (che si modifica ad esempio di un tratto Δl) corrisponderebbe ad una modifica molto più grande nella sagomatura che si dovrebbe effettuare su una porzione della superficie del riflettore principale (tratto Δl molto maggiore) per ottenere lo stesso effetto sulla distribuzione di ampiezza nel piano di apertura.

RIFLETTORI: Sistemi a Doppio Riflettore

Sistemi a doppio riflettore sagomati

Viceversa, per modificare la fase o le lunghezze di cammino sul piano di apertura, le dimensioni delle porzioni Δl di superficie da ri-sagomare sono dello stesso ordine di grandezza sia per il sub-riflettore che per il riflettore principale.

Ciò consente quindi di agire prima sulla sagomatura del sub-riflettore per controllare la distribuzione di ampiezza sul piano di apertura, ed in seguito si può agire sulla sagomatura del riflettore principale per controllare la distribuzione di fase sul piano di apertura.

L'utilizzo dell'ottica geometrica per la progettazione di sistemi a doppio riflettore (essendo tale teoria una teoria approssimata, e non esatta) è conseguenza di alcuni errori, che possono essere ridotti se nella progettazione stessa si ricalca il campo riflesso dal sub-riflettore utilizzando le correnti di ottica fisica sul sub-riflettore stesso; per ridurre ulteriormente gli errori di progettazione si deve inoltre tenere conto anche degli effetti della diffrazione associati al sub-riflettore.

RIFLETTORI: Sistemi a Doppio Riflettore

Sistemi a doppio riflettore sagomati

Per un sistema a doppio riflettore con simmetria di rotazione, lo scopo del progetto consiste nell'ottenere una data funzione di guadagno $g_e(\theta_1)$ a partire da un certo feed con una funzione di guadagno $g(\theta)$.

Se si considera ad esempio un sistema cassegrain, la funzione $g_e(\theta_1)$ è determinata dalla distribuzione di apertura desiderata $P(y)$ mediante la relazione:

$$P_{voluta}(y) = g_e(\vartheta_1) \frac{(1 + \cos \vartheta_1)^2}{4f^2} \quad \rightarrow \quad g_e(\vartheta_1) = \frac{4f^2}{(1 + \cos \vartheta_1)^2} P_{voluta}(y)$$

Una volta determinata $g_e(\theta_1)$, il sub-riflettore deve essere sagomato in modo tale che:

$$g_e(\vartheta_1) \sin \vartheta_1 d\vartheta_1 = g(\vartheta) \sin \vartheta d\vartheta$$

dove θ_1 è determinato dalla legge di Snell, dall'angolo di incidenza, e dalla direzione della normale locale alla superficie del riflettore calcolata nel punto dove incide il raggio considerato.

RIFLETTORI: Sistemi a Doppio Riflettore

Sistemi a doppio riflettore sagomati

Le equazioni coinvolte nel processo di sagomatura del riflettore possono essere formulate e risolte, in maniera esatta, mediante l'aiuto di un computer.

Nel caso di sistemi ad offset, invece, è possibile ottenere solo soluzioni approssimate, ma comunque molto buone.

La conoscenza disponibile e le regole di progettazione relative ai sistemi a doppio riflettore sagomati sono limitate a tutt'oggi, e sono in continuo sviluppo, spinte anche dalla forte esigenza di un tale tipo di sistemi per realizzare antenne multifascio o ad elevato angolo di scansione, che sono sempre più necessarie per il miglioramento ed il potenziamento delle comunicazioni satellitari.